

INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA

GEOMETRÍA: Es una rama de las matemáticas que se ocupa del estudio de propiedades de puntos, rectas, polígonos, etc. Proviene del Griego GEO (tierra) METROS (medida). Podemos clasificar la Geometría en dos clases:

- **GEOMETRÍA PLANA:** Estudia las propiedades de elementos con una o dos dimensiones. Es decir, solo se ocupa de todo lo que puede suceder en un plano.
- **GEOMETRÍA ESPACIAL:** También se llama geometría descriptiva y estudia las figuras y todo lo que puede suceder en las tres dimensiones. Fundamentalmente se ocupa de la representación de objetos o figuras tridimensionales sobre un plano (el papel) que tiene únicamente dos dimensiones.

PUNTO, RECTA, SEMIRECTA Y SEGMENTO

PUNTO: Geométricamente podemos definir un punto de tres formas:

- Intersección de dos rectas o arcos.
- Intersección de una recta con un plano.
- Circunferencia de radio 0.

RECTA: Una recta es una sucesión de puntos en una misma dirección. Según esta definición una recta es infinita y solo la podemos concebir virtualmente y no realmente, ya que todos los soportes (papeles, lienzos, la pizarra de clase) son finitos. Una recta puede ser definida geométricamente por dos planos que se cortan (geometría descriptiva) o por dos puntos (geometría plana).

SEMI-RECTA: Una semirecta es una porción de recta delimitada por un punto

SEGMENTO: Un segmento es una porción de recta delimitada por dos puntos. Por tanto un segmento tiene un principio y un fin y es finito y se puede medir. Realmente todas las rectas que dibujamos son segmentos, pues empiezan y acaban en algún sitio. Por eso para dibujar un segmento se suelen marcar claramente los puntos de principio y fin.

RELACIONES ENTRE RECTAS O SEGMENTOS

Dos rectas o segmentos pueden guardar tres tipos diferentes de relaciones:

- **PARALELAS:** Todos los puntos de las dos rectas están siempre a la misma distancia. Es decir, dos rectas paralelas nunca se cortan.
- **PERPENDICULARES:** Dos rectas son perpendiculares cuando se cortan formando cuatro ángulos rectos. Este concepto está relacionado con un adjetivo importante, **ortogonal**, decimos que dos rectas son ortogonales cuando forman ángulos de 90° , son rectos o perpendiculares.
- **OBLICUAS:** dos rectas oblicuas se cortan sin formar ángulos rectos

TRES PUNTOS determinan en el plano una circunferencia. Dados tres puntos siempre podremos trazar una circunferencia. En términos tridimensionales tres puntos definen un plano. Una silla con tres patas nunca estará coja.

LA CIRCUNFERENCIA

Una **circunferencia** es un conjunto de puntos que están a la misma distancia de otro punto llamado centro. Es una curva cerrada y plana cuyos puntos **EQUIDISTAN** (están a la misma distancia) del centro. Llamamos **RADIO** a la distancia entre el centro y cualquiera de los puntos de la circunferencia.

CIRCULO: Es la porción de plano comprendida dentro de la circunferencia

RELACIONES CIRCUNFERENCIA - CIRCUNFERENCIA / CIRCUNFERENCIA - RECTA

SECANTES: Se cortan. Cuando dos circunferencias o una recta y una circunferencia se cortan producen dos puntos de intersección. Para una circunferencia y un segmento secantes encontramos:

- **Cuerda:** Es la porción de recta que queda dentro de la circunferencia siempre y cuando no pase por el centro.
- **Diámetro:** Es un segmento que corta a la circunferencia en dos puntos pasando por el centro.
- **Arco:** Es la porción de circunferencia que queda entre los dos puntos de intersección con otra circunferencia o recta.
- **Flecha:** se llama así al radio perpendicular a una cuerda de circunferencia.

TANGENTES: Una recta y una circunferencia son tangentes cuando se tocan pero no se cortan. En esos casos ambos elementos comparten en común un punto llamado punto de tangencia.

EXTERIORES: Se llama así a dos circunferencias o una circunferencia y una recta que no se tocan ni se cortan.

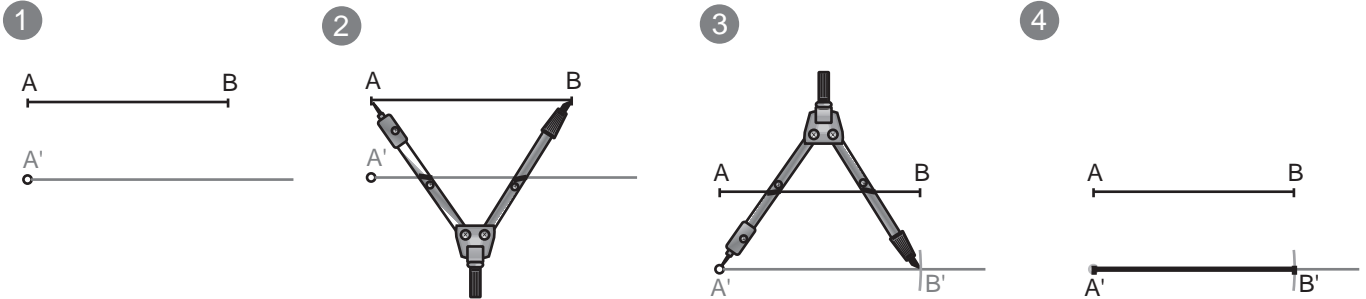
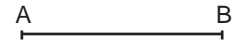
INTERIORES: Se llaman circunferencia "interior a otra" cuando está dentro de otra mayor y ni se tocan ni se cortan.

CONCENTRICAS: Se llaman así las circunferencias que comparten el mismo centro.

Para realizar operaciones con segmentos se suele emplear siempre el compás para tomar medidas, copiarlas o trasladarlas. También se ha de emplear una regla que puede estar graduada o no, ya que el compás será la herramienta con la que se mide.

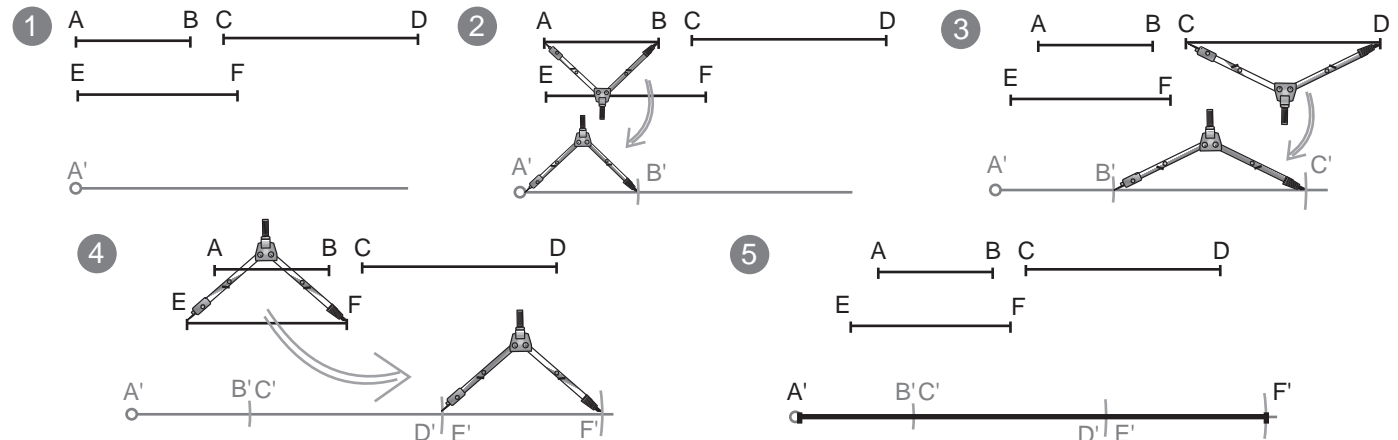
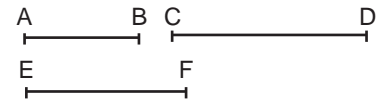
COPIA DE UN SEGMENTO: Dado el segmento AB, copiarlo con la misma magnitud.

- 1º- Trazamos una semirecta desde un punto A'.
- 2º- Tomamos la medida AB con el compás.
- 3º- Trasladamos la distancia AB sobre la semirecta que hemos trazado. Con la medida tomada anteriormente con el compás haremos centro en el punto A' de la semirecta y la marcaremos obteniendo B'.
- 4º- Finalmente pasamos a tinta el resultado (IMPORTANTE).



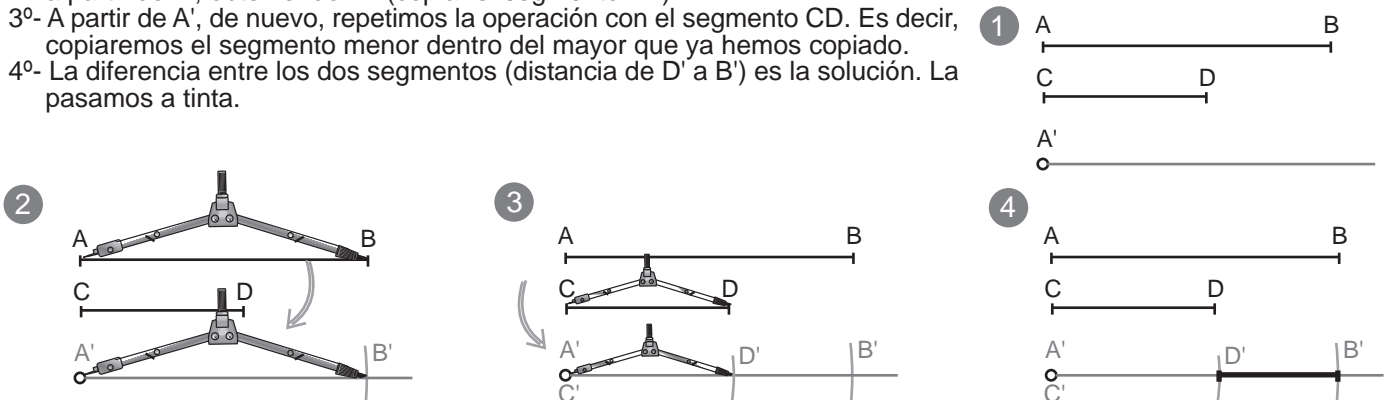
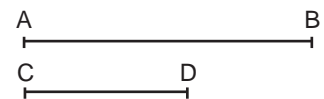
SUMA DE SEGMENTOS: Dados los segmento AB, CD y EF, sumarlos gráficamente.

- 1º- Trazamos una semirecta desde un punto A'.
- 2º- Tomamos la medida AB con el compás y la copiamos en la semirecta, a partir de A', obteniendo B'. (copiar el segmento AB)
- 3º- A partir de B' repetimos la operación con el siguiente segmento a sumar (CD).
- 4º- En este caso tenemos tres segmentos para sumar, repetimos con el último.
- 5º- La solución es la totalidad de los segmentos copiados uno detrás de otro, es decir, A'F'. Pasamos a tinta la solución (IMPORTANTE).



RESTA DE SEGMENTOS: $AB - CD$, restarlos gráficamente.

- 1º- Trazamos una semirecta desde un punto A'.
- 2º- Tomamos la medida AB, el mayor, con el compás y la copiamos en la semirecta, a partir de A', obteniendo B'. (copiar el segmento AB)
- 3º- A partir de A', de nuevo, repetimos la operación con el segmento CD. Es decir, copiaremos el segmento menor dentro del mayor que ya hemos copiado.
- 4º- La diferencia entre los dos segmentos (distancia de D' a B') es la solución. La pasamos a tinta.



Mediatriz de un segmento:

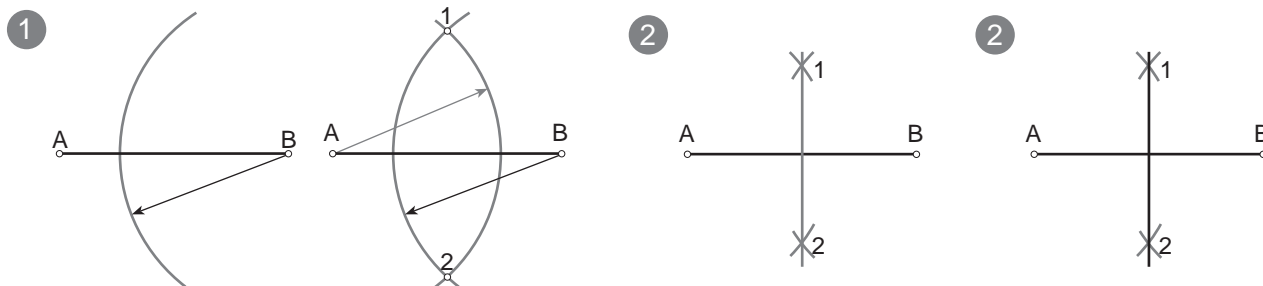
Dado un segmento AB, hallar la mediatriz.



La **mediatriz** de un segmento es una recta perpendicular a este por su punto medio. También se puede definir como "el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los extremos de un segmento"

Procedimiento:

- 1º- Se trazan dos arcos de igual radio con centro en ambos extremos A y B. Se obtienen así los puntos 1 y 2 donde ambos arcos se cortan.
- 2º- Se unen los puntos 1 y 2 para obtener la mediatriz.
- 3º- Se pasa el resultado a tinta.

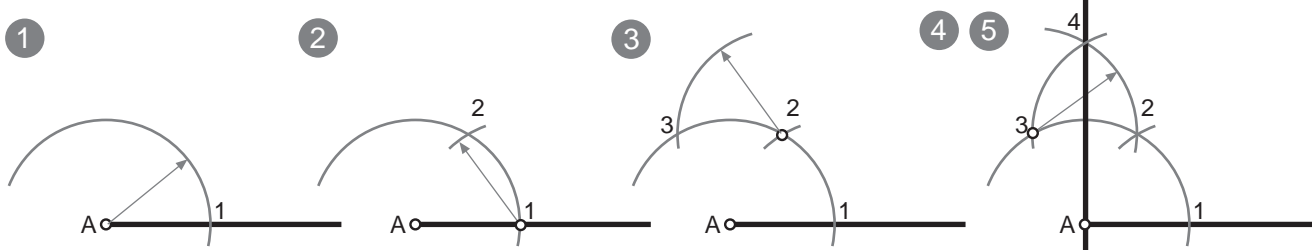


Perpendicular a un segmento o semirecta por un extremo:

Dado un segmento AB, trazar la perpendicular por el punto A.

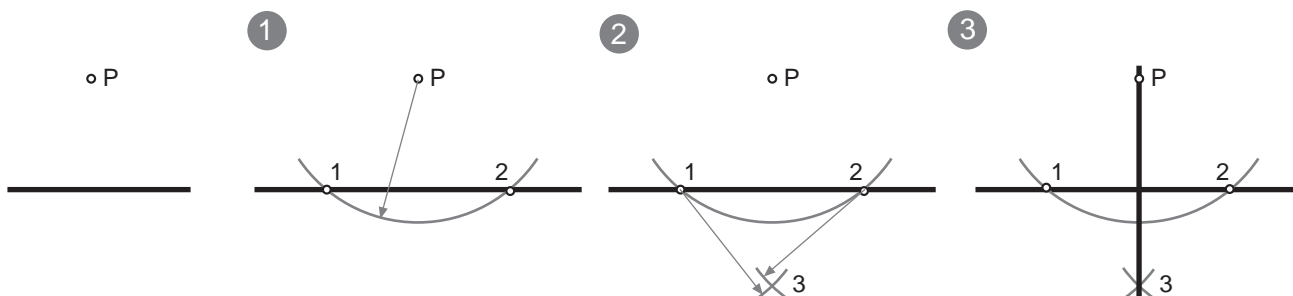


- 1º-Con centro en A se traza un arco (casi una semicircunferencia) que corta al segmento en el punto 1.
- 2º-Con centro en el punto 1 se traza otro arco con el mismo radio que corta al anterior arco en el punto 2.
- 3º-Con centro en el punto 2 y mismo radio se traza otro arco que corta al primero en el punto 3.
- 4º-Con centro en el punto 3 trazamos otro arco, de mismo radio, que corta al último en el punto 4.
- 5º-Se une el punto 4 con el punto A. Pasamos a tinta la recta 4A.



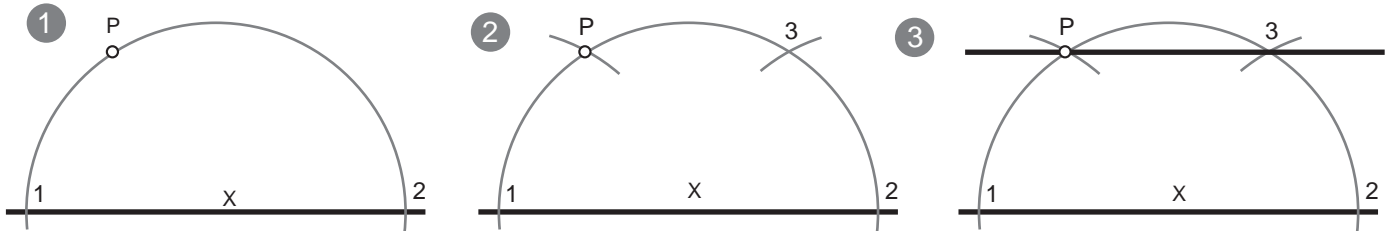
Perpendicular a una recta por un punto exterior a ella:

- 1º-Con centro en P se traza un arco de circunferencia que corte a la recta en dos puntos: 1 y 2.
- 2º-Con centro en los puntos 1 y 2, se trazan dos arcos de radio mayor a la mitad de la distancia entre ellos. Donde ambos arcos se cortan obtenemos el punto 3.
- 3º-Se une el punto 3 y el punto P.



Paralela a una recta por un punto exterior, dos métodos:

- 1º- Se elige un punto X centrado en la recta como centro y se traza una semicircunferencia de radio XP que la corta en dos puntos: 1 y 2.
- 2º- Con centro en el punto 1 se toma el radio 1P y desde el punto 2 se traza un arco que corta al primero en el punto 3.
- 3º- Se une el punto 3 con P.

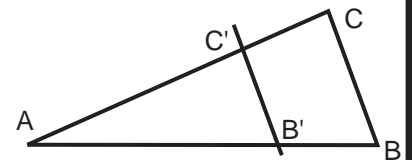


TEOREMA DE THALES DE MILETO

Toda recta paralela a un lado de un triángulo que corta a los otros dos lados, determina otro triángulo semejante al triángulo inicial.

$$CB/C'B' = AC/AC' = AB/AB'$$

Si se cortan dos rectas concurrentes con un haz de rectas paralelas, la razón de dos segmentos cualesquiera de una de ellas es igual a la razón de los correspondientes de la otra.

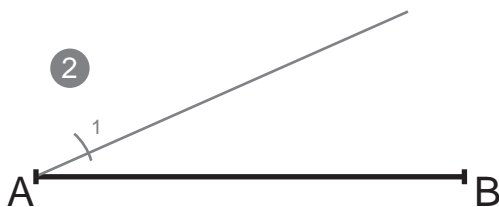
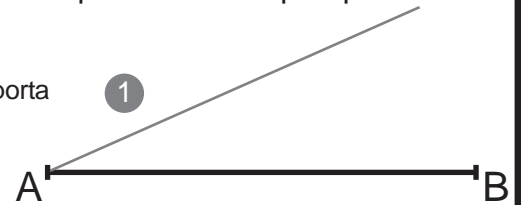


DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN n (7) partes iguales:

El procedimiento siempre es el mismo aunque varíe el número de partes en las que queremos dividir el segmento.

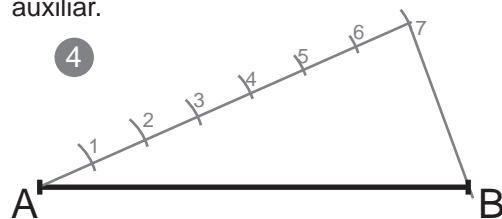


- 1º- Desde un extremo del segmento dado trazamos una recta auxiliar. No importa la abertura del ángulo que esta forme con el segmento dado.

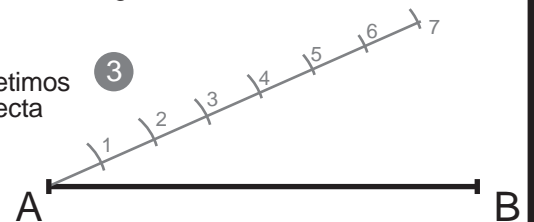


- 2º- Tomamos un radio de compás (no importa la abertura del compás, solo que quepa tantas veces como divisiones nos pide el problema sobre la recta auxiliar) y con centro en el vértice del ángulo trazamos una marca sobre la recta auxiliar.

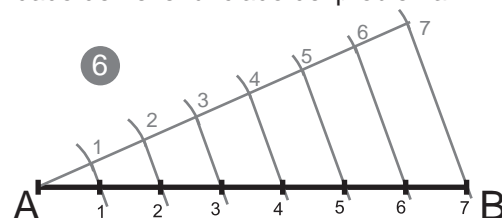
- 3º- Con centro en esa primera marca, y con el mismo radio de compás repetimos la operación hasta tener tantas partes como nos pide el problema en la recta auxiliar.



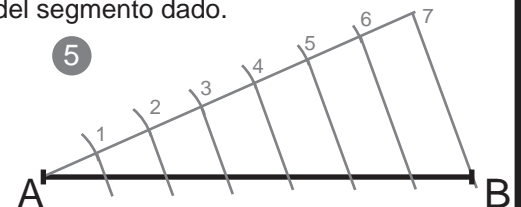
- 4º- Trazamos un segmento que une la ÚLTIMA DIVISIÓN de la recta auxiliar con EL EXTREMO B del segmento dado.



- 5º- Trazamos paralelas a la última recta pasada. Estas pasan por las divisiones que hemos trazado sobre la recta auxiliar y cortan al segmento dado del enunciado del problema.



- 6º- Los puntos de corte de las paralelas con el segmento dado son la solución, las divisiones del segmento en el nº de partes que pedía el enunciado.

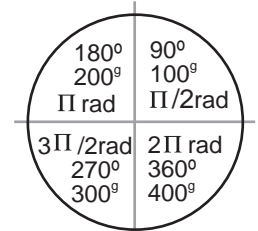


ÁNGULO: Es la porción de plano comprendida entre dos semirectas llamadas lados que parten de un punto en común llamado vértice.

UNIDADES DE MEDIDA: Existen varias unidades para medir los ángulos:

- Radianes: una circunferencia entera mide 2π radianes.
- Grados centesimales: Una circunferencia entera mide 400^g .
- Grados sexagesimales: Una circunferencia entera mide 360^g .

Generalmente en geometría se emplean los grados sexagesimales.



TIPOS DE ÁNGULOS SEGÚN SU MAGNITUD

| | | | | | |
|-------------------------------------|---|------------------------------------|--|--|--|
| Llano $= 180^{\circ}$ | Obtuso $+ \text{ de } 90^{\circ}$ | Recto $= 90^{\circ}$ | Agudo $- \text{ de } 90^{\circ}$ | Cóncavo $- \text{ de } 180^{\circ} \text{ y } + \text{ de } 0^{\circ}$ | Convexo $+ \text{ de } 180^{\circ} \text{ y } - \text{ de } 360^{\circ}$ |
|-------------------------------------|---|------------------------------------|--|--|--|

RELACIONES ANGULARES

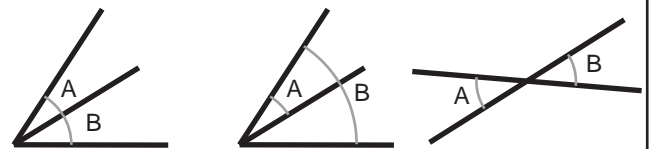
Relaciones angulares SEGÚN SU POSICIÓN

Ángulos **Adyacentes:** Son aquellos que comparten un lado y el vértice, pero no tienen ningún punto en común.

Ángulos **Consecutivos:** Son los que comparten un vértice y un lado (se superponen).

Ángulos **Opuestos:** Son los formados por semirectas opuestas.

ADYACENTES CONSECUTIVOS OPUESTOS



Relaciones angulares SEGÚN SU MAGNITUD

Ángulos **Complementarios:** Son aquellos que suman 90°

Ángulos **Suplementarios:** Son los que suman 180° .

Ángulos **Conjugados:** Son los que suman 360° .

ADYACENTES (no tienen por qué serlo)

COMPLEMENTARIOS

SUPLEMENTARIOS



BISECTRIZ DE UN ÁNGULO:

Es la semirecta que divide un ángulo en dos partes iguales pasando por el vértice.

Todos los puntos de la bisectriz equidistan (están a la misma distancia) de los lados del ángulo.

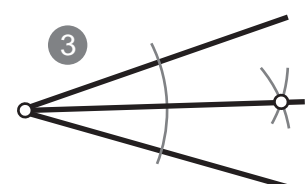
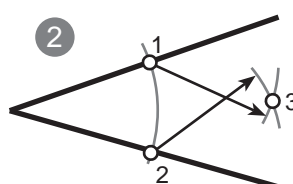
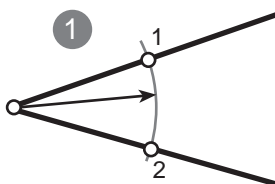
La bisectriz es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de los lados de un ángulo.

TRAZADO DE LA BISECTRIZ: Dado un ángulo a , trazar su bisectriz.

1º- Con centro en el vértice y un radio cualquiera (suficientemente amplio) se traza un arco que corta a ambos lados del ángulo en los puntos 1 y 2.

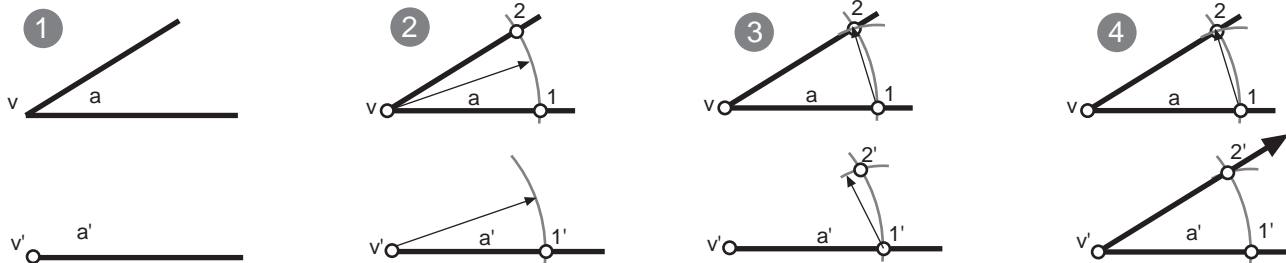
2º- Con centros en los puntos 1 y 2 se trazan dos arcos de igual radio (mayor a la mitad de la distancia entre 1 y 2) que se cortan en el punto 3.

3º- Se une el punto 3 con el vértice del ángulo dado.



COPIA DE ÁNGULOS CON COMPÁS Y REGLA: dado un ángulo (a) trazar otro ángulo (a') igual.

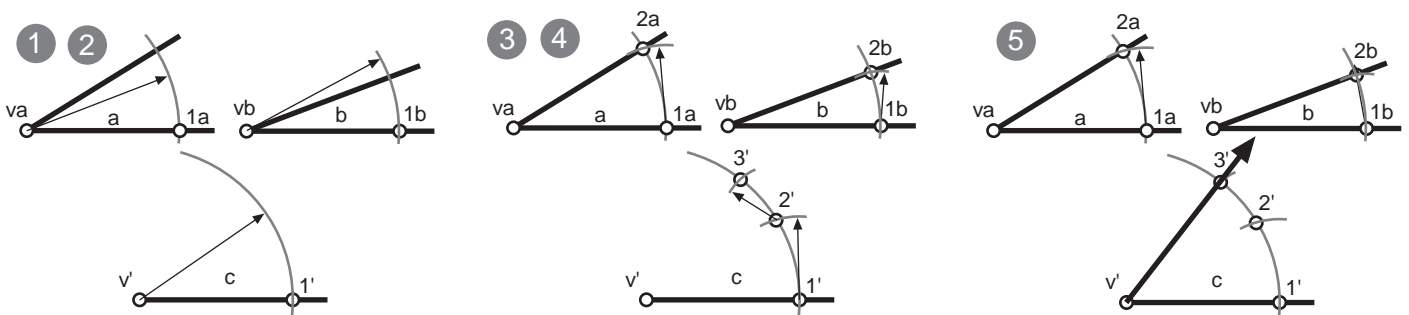
- 1º- Se traza un segmento o semirecta y se indica v' que será el vertice del nuevo ángulo copiado.
- 2º- Con centro en el punto v se traza un arco de radio cualquiera que corta los lados de este en los puntos 1 y 2. Con centro en v' se traza un arco de igual radio que cortará al lado ya dibujado en el punto 1'.
- 3º- Desde el punto 1 del ángulo dado, se mide con el compas la distancia desde 1 hasta 2. En el nuevo ángulo copiado con centro en 1' se traza un arco que corte al anterior obteniendo 2'.
- 4º- Se une v' con 2'.



SUMA DE ÁNGULOS CON COMPÁS Y REGLA: dados los ángulos (a) y (b) trazar otro ángulo (c) = (a+b)

Se trata de copiar un ángulo encima del otro, compartiendo ambos un lado que finalmente no será parte del resultado.

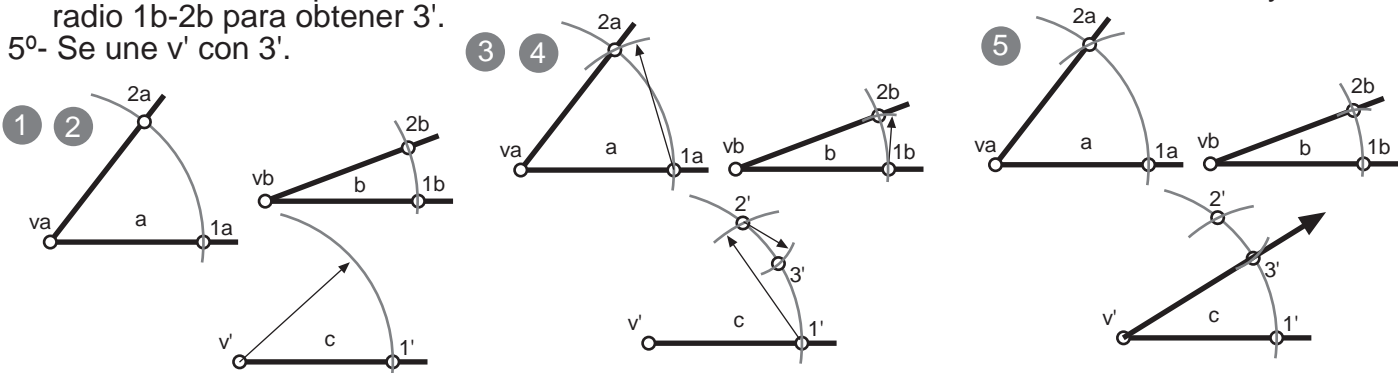
- 1º- Se traza un segmento o semirecta y se indica v' que será el vertice del nuevo ángulo resultado a+b.
- 2º- Con centros en los puntos (va) y (vb), se traza un arco de radio cualquiera pero igual, que corta ambos lados de los ángulos en los pto. 2a y ab. Con centro en v' se traza un arco de igual radio que cortará al lado ya dibujado en el punto 1'.
- 3º- Desde el punto 1a, se mide con el compás la distancia desde 1a-2a, colocándola en el resultado desde 1', obteniendo así el pto. 2'.
- 4º- Se mide, con compás, la distancia 1b-2b. Desde 2' trazamos un arco de radio 1b-2b para obtener 3'.
- 5º- Se une v' con 3'.



RESTA DE ÁNGULOS CON COMPÁS Y REGLA: dados los ángulos (a) y (b) trazar otro ángulo (c) = (a-b)

Se trata de copiar el ángulo menor dentro del mayor, compartiendo ambos un lado que finalmente no será parte del resultado.

- 1º- Se traza un segmento o semirecta y se indica v' que será el vertice del nuevo ángulo resultado a-b.
- 2º- Con centros en los puntos (va) y (vb), se traza un arco de radio cualquiera pero igual, que corta ambos lados de los ángulos en los pto. Con centro en v' se traza un arco de igual radio que cortará al lado ya dibujado en el punto 1'.
- 3º- Desde el punto 1a, se mide con el compás la distancia desde 1a-2a, colocándola en el resultado desde 1', obteniendo así el pto. 2'.
- 4º- Se mide, con compás, la distancia 1b-2b. Desde 2' trazamos un arco, situado entre 1' y 2', de radio 1b-2b para obtener 3'.
- 5º- Se une v' con 3'.



RED DE CIRCUNFERENCIAS

Se trata de llenar la lámina de circunferencias de 2'5 cm. de radio. Pero has de seguir un orden y unas pautas concretas:

1º- Traza una circunferencia de 2'5 cm de radio en cualquier lugar de la lámina.

2º- Traza otra circunferencia de 2'5 cm de radio haciendo centro en cualquier punto de la primera circunferencia.

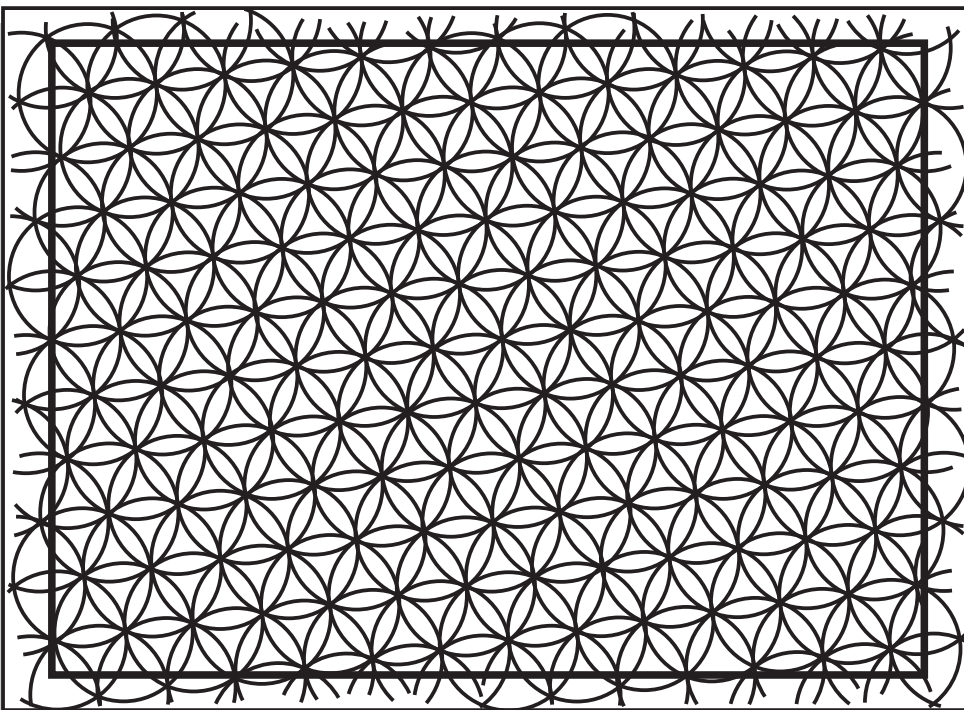
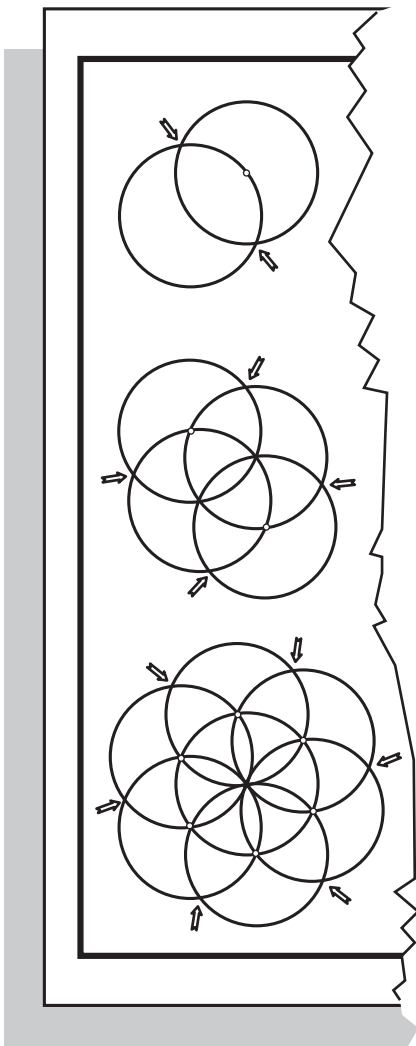
3º- los dos puntos donde se cortan las circunferencias son nuevos puntos para hacer centro y trazar nuevas circunferencias del mismo radio.

4º A medida vayas haciendo circunferencias irás obteniendo nuevos puntos donde deberás hacer centro para trazar más circunferencias (¡¡TODAS DE 2'5 cm.!!)

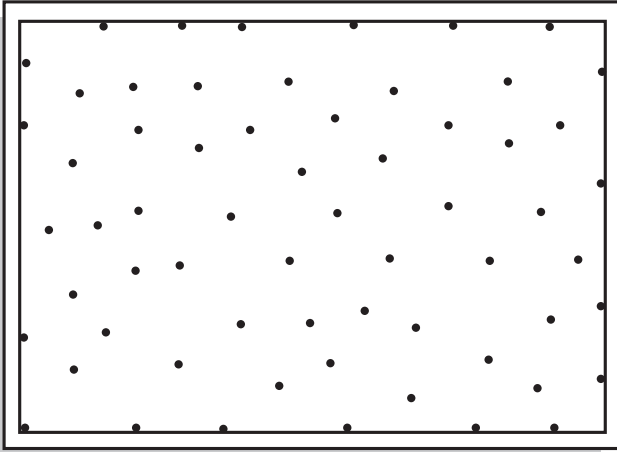
5º Rellena toda la lámina. Aunque las circunferencias se salgan del margen dibujalás, pues donde se corten tendrás nuevos puntos donde hacer centros de otras circunferencias, parte de las cuales si quedaran dentro del margen.

6º Borra todo lo que queda fuera del margen.

7º COLOREA TODA LA LÁMINA: Si sigues un orden concreto (por ejemplo: triángulos arqueados de un color y "petalos" de otro color) obtendrás una red de circunferencias coloreada.



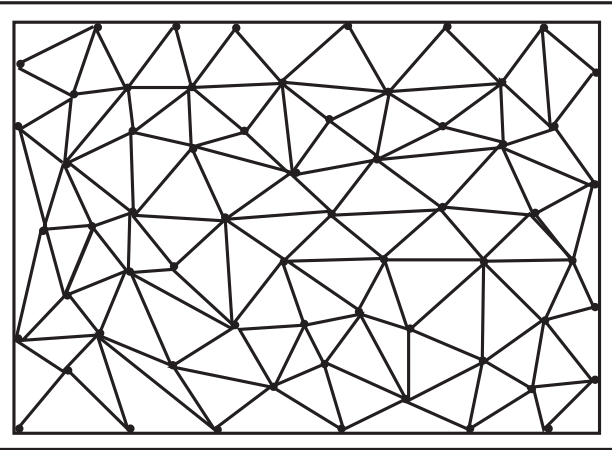
MUY IMPORTANTE: Debes de tener la mina del compás bien afilada. Es muy importante que mantengas siempre la misma abertura de compás y que hagas centro en el punto exacto.



1º Distribuye puntos por toda la lámina. No hace falta que los situes de forma ordenada o que midas. NO te olvides de poner algunos puntos sobre el margen.

2º Une los puntos, con ayuda de la regla, con los puntos más cercanos.

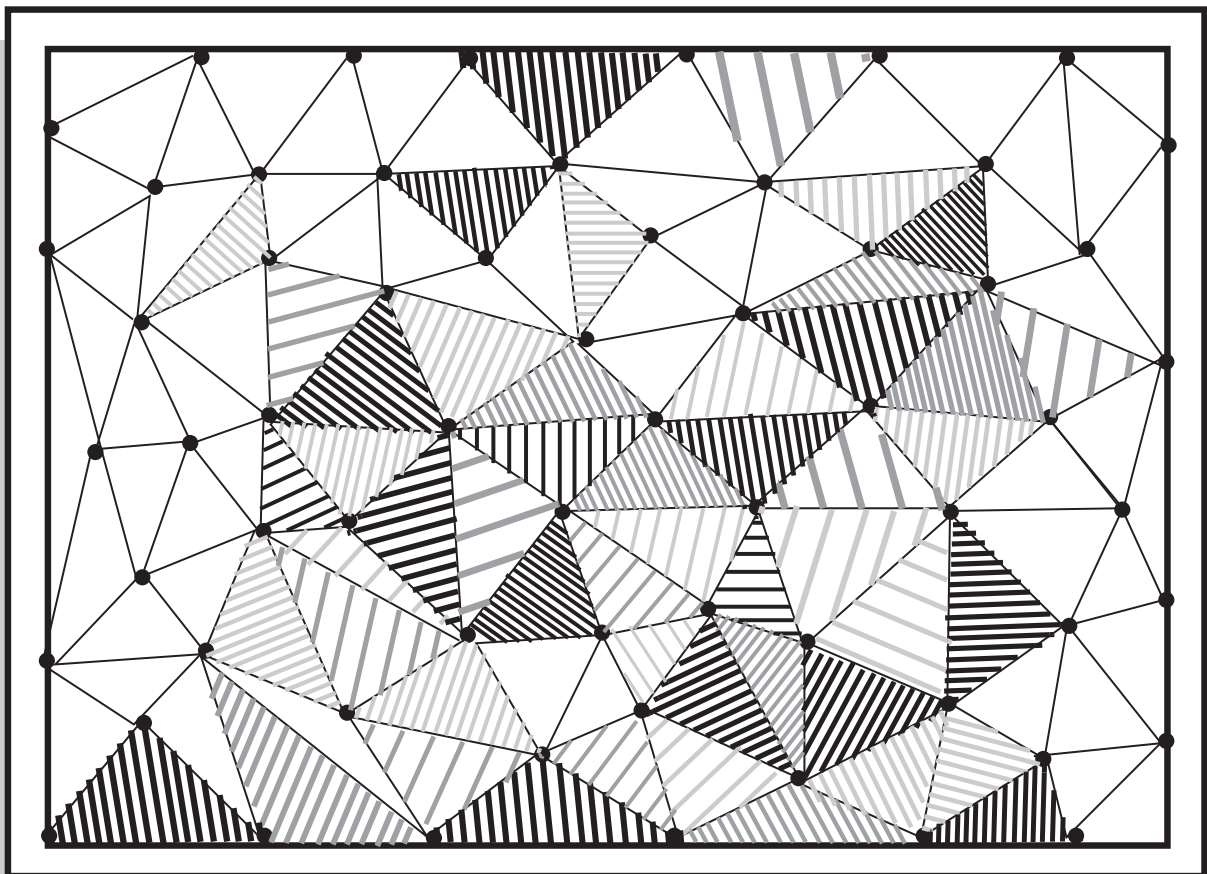
- Los segmentos que los unen no deben de cruzar otros segmentos, si lo haces te saldrán más triángulos de los que quieres.
- Los segmentos que unen los puntos no deben de pasar por encima de otros puntos
- Es decir: cada segmento que une los puntos va solo de un punto a otro y no cruza ningún otro segmento
- NO te olvides de los puntos del margen



3º Si sigues correctamente estos dos primeros pasos habrás llenado de triángulos la lámina.

4º Debes de rellenar con rotuladores de colores los triángulos de paralelas con la escuadra y el cartabón:

- Los triángulos que comparten el mismo lado no pueden tener el mismo color
- Debes de rellenar TODOS los triángulos
- Tienes que rellenarlos con distintas inclinaciones y distintas separaciones
- Puedes distribuir los colores de los triángulos con el fin de realizar un diseño, pero también puedes hacer un dibujo abstracto

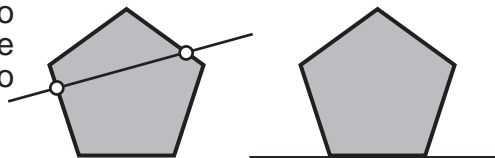


LOS POLIGONOS

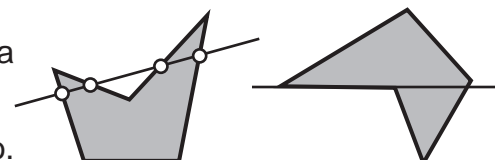
Un **polígono** es la porción de plano encerrada por varios segmentos llamados lados. El término "polígono" procede del griego antiguo y significa "muchos" (poli) ángulos (gono).

CLASIFICACIONES

Polígono **convexo**: Es aquel polígono que al ser atravesado por una recta únicamente tiene o puede tener un punto de la recta de entrada y otro de salida. Si al apollarse en uno de sus lados sobre una recta el polígono queda en su totalidad a un lado de esta.



Polígono **concavo**: Es aquel que al ser atravesado por una recta tiene mas de un punto de entrada y salida en la trayectoria de la recta. También es convexo cuando es posible apoyar el polígono sobre alguno de sus lados en una recta quedándo parte a un lado de esta y parte al otro.



Equiángulo: Un polígono es equiángulo cuando tiene todos sus ángulos iguales.

Equilátero: Un polígono es equilátero cuando todos sus lados son iguales.

Regular: Un polígono es regular cuando todos sus lados y ángulos son iguales.

Irregular: Es el polígono que tiene lados y ángulos desiguales

LOS NOMBRES DE LOS POLÍGONOS SEGÚN SUS LADOS

| | | | |
|----|--------------|----|-----------------|
| 3 | Triángulo | 12 | Dodecágono |
| 4 | Cuadrilátero | 13 | Triskaidecágono |
| 5 | Pentágono | 14 | Tetradecágono |
| 6 | Hexágono | 15 | Pentadecágono |
| 7 | Heptágono | 16 | Hexadecágono |
| 8 | Octógono | 17 | Heptadecágono |
| 9 | Eneágono | 18 | Octodécágono |
| 10 | Decágono | 19 | Eneadecágono |
| 11 | Ondecágono | | |

| DECENAS | | Y | UNIDADES | | | OTROS |
|---------|-------------|-----|----------|-----------------|-------|---------------------------|
| 20 | Icosa- | | 1 | -hená- / -monó- | | |
| 30 | Triaconta- | | 2 | -dí- | | 100 Hectógono / Hectágono |
| 40 | Tetraconta- | | 3 | -trí- | | 1000 Kiliágono |
| 50 | Pentaconta- | | 4 | -tetrá- | | 10000 Miriágono |
| 60 | Hexaconta- | kay | 5 | -pentá- | -gono | |
| 70 | Heptaconta- | | 6 | -hexá- | | |
| 80 | Octaconta- | | 7 | -heptá- | | |
| 90 | Eneaconta- | | 8 | -octá- | | |
| | | | 9 | -eneá- | | |

PARTES DE UN POLÍGONO

LADO: Cada uno de los segmentos que componen el polígono.

VÉRTICE: Es el punto en el que se unen dos lados consecutivos.

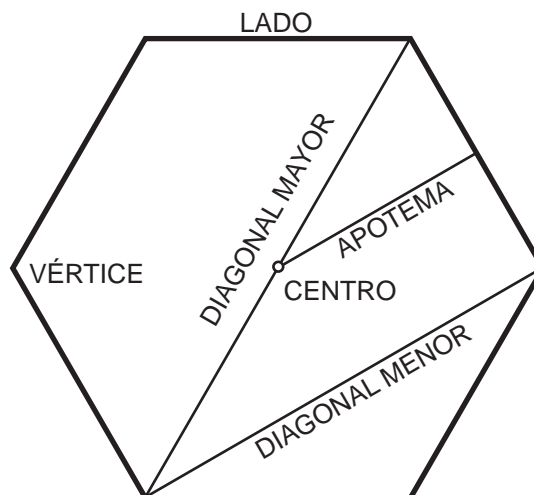
DIAGONAL: Segmento que une dos vértices no consecutivos. Algunos polígonos tienen diagonal mayor y diagonal menor.

PERÍMETRO: Es la suma de todos los lados.

En un polígono regular además encontramos:

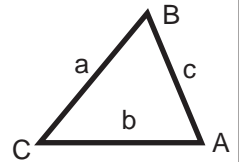
CENTRO: Es el punto equidistante de todos los vértices y lados. En él se encuentra el centro de las circunferencias inscrita y circunscrita.

APOTEMA: Es el segmento que une el centro del polígono con el punto medio de los lados perpendicularmente.



TRIÁNGULO: Superficie plana limitada por tres segmentos o lados que se cortan dos a dos en tres vértices. La suma de sus ángulos es 180°

NOMENCLATURA: Los vértices se nombran con letras minúsculas y los lados con letras mayúsculas empleando la misma letra que el vértice opuesto.



CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS:

Según sus lados

Equilátero:

los tres lados iguales



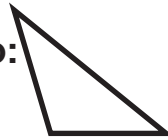
Isósceles:

dos lados iguales



Escaleno:

tres lados desiguales



Según sus ángulos

Recto:

un ángulo recto (90°)



Acutángulo:

tres ángulos agudos



Obtusángulo:

un ángulo obtuso



CUADRILÁTERO: Es un polígono que tiene cuatro lados, cuatro vértices y dos diagonales.
- La suma de sus ángulos interiores es igual a 360° .

CLASIFICACIÓN:

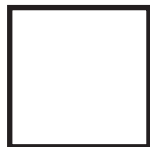
PARALELOGRAMO: Es un tipo especial de cuadriláteros los cuales tiene los lados paralelos dos a dos.

PROPIEDADES DE LOS PARALELOGRAMOS:

- En todo paralelogramo los ángulos y lados opuestos son paralelos (igual medida).
- Tienen dos pares de lados opuestos paralelos.
- Las diagonales se cortan en su punto medio.
- Dos ángulos contiguos son suplementarios (suman 180°).

CUADRADO:

cuatro ángulos
cuatro lados iguales



RECTÁNGULO:

cuatro ángulos rectos (90°).
lados iguales dos a dos.



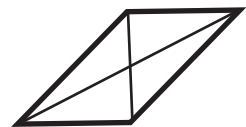
ROMBO:

Lados iguales
ángulos iguales dos a dos.
Diagonal mayor y otra menor se cortan en puntos.
medios formando 90° .



ROMBOIDE:

Lados iguales dos a dos
ángulos iguales dos a dos.
lados iguales y paralelos dos a dos



TRAPECIO: Cuadrilátero que tiene dos lados opuestos paralelos

TRAPECIO ISOSCELES:

dos lados paralelos
dos lados iguales
dos diagonales iguales



TRAPECIO RECTÁNGULO:

Dos ángulos rectos
Dos lados paralelos



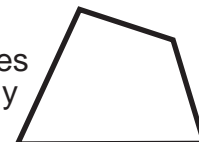
TRAPECIO ESCALENO:

dos lados paralelos
lados y ángulos desiguales

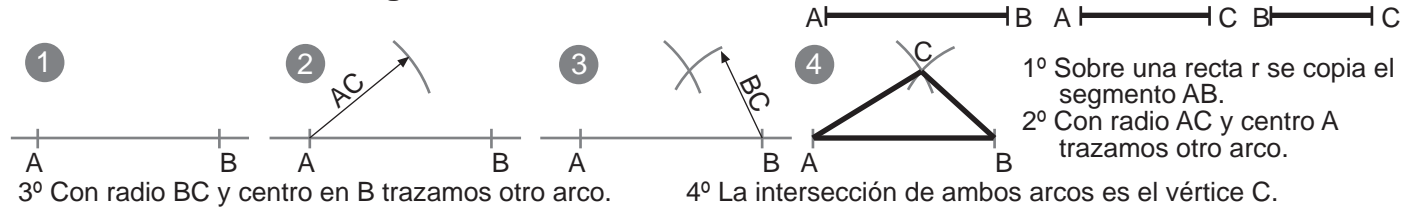


TRAPEZOIDE:

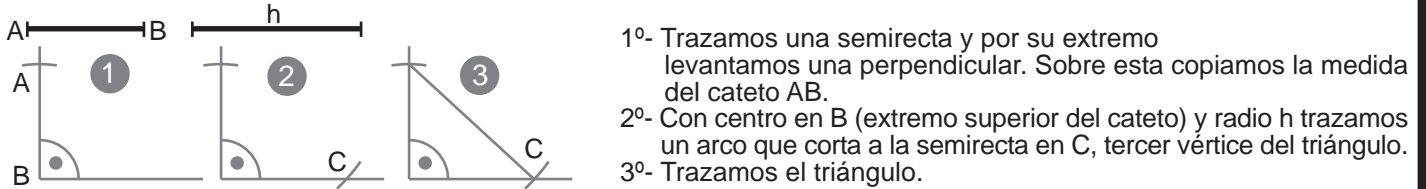
ángulos desiguales
lados desiguales y no paralelos



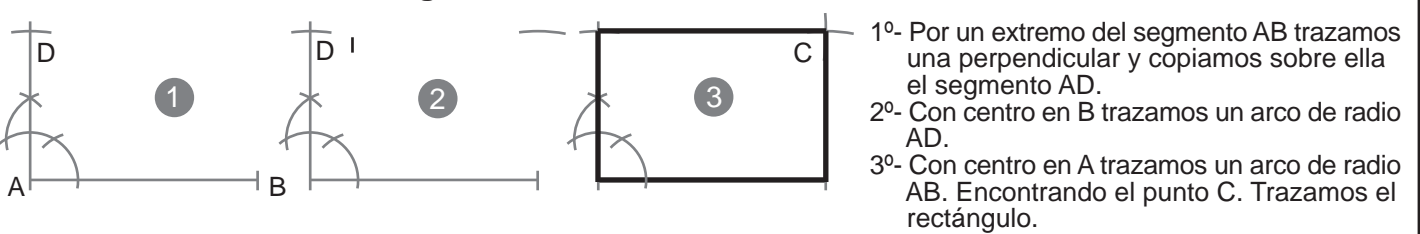
Construcción de un triángulo conocidos sus tres lados:



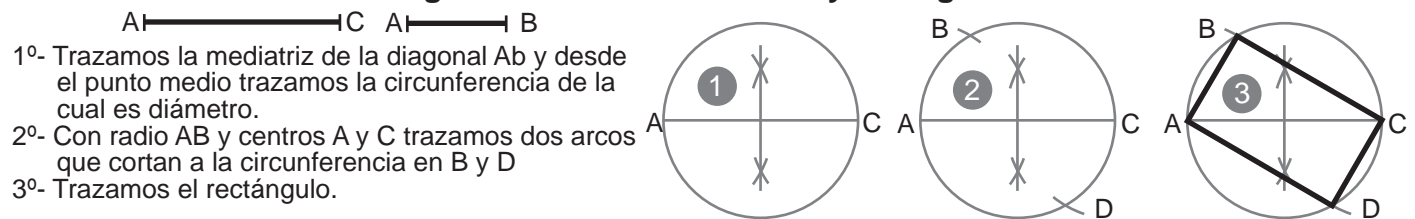
Construcción de un triángulo rectángulo conocida la hipotenusa h y un cateto AB :



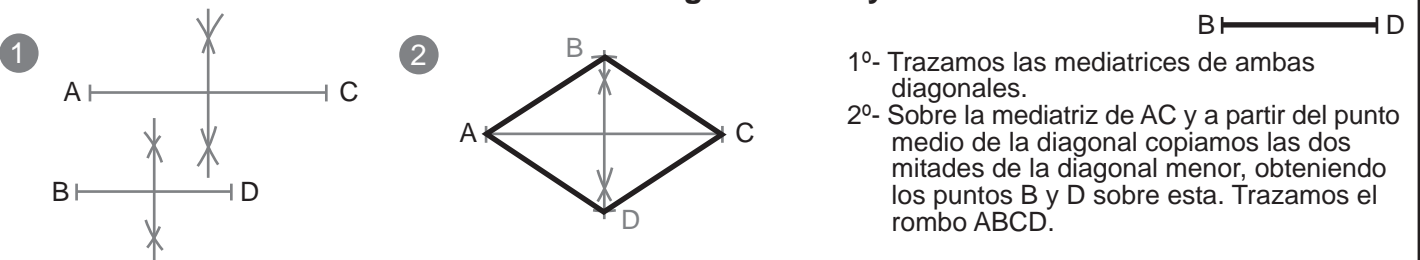
Construcción de un rectángulo conocidos sus lados:



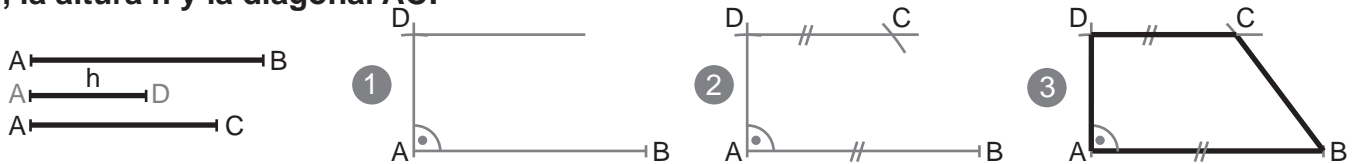
Construcción de un rectángulo conocido un lado AB y la diagonal AC :



Construcción de un rombo conocidas las diagonales AC y BD :



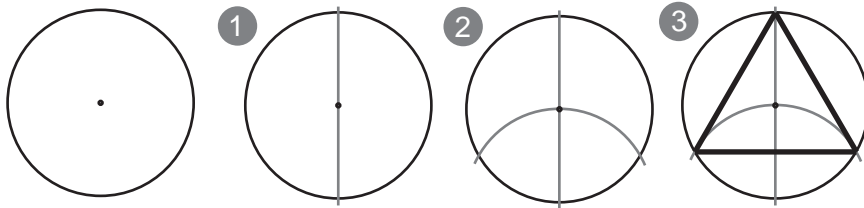
Construcción de un trapecio rectángulo a partir de A (vértice recto) conociendo la base mayor AB , la altura h y la diagonal AC :



- 1°- Situamos el segmento AB como base. Por el extremo A levantamos una perpendicular y sobre esta copiamos h obteniendo de esta manera el punto D .
- 2°- Por el punto D trazamos una recta paralela al segmento AB . Con centro en A y radio AC trazamos un arco que corta a la paralela (base superior) en C .
- 3°- Trazamos el trapecio $ABCD$.

Dado el radio de circunferencia a (o la circunferencia con su centro), inscribir los polígonos regulares:

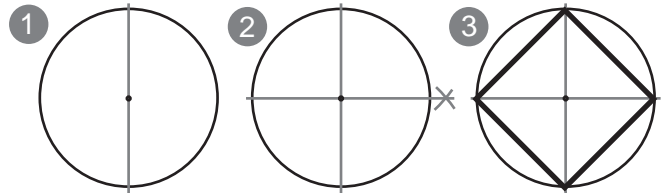
Triángulo equilátero



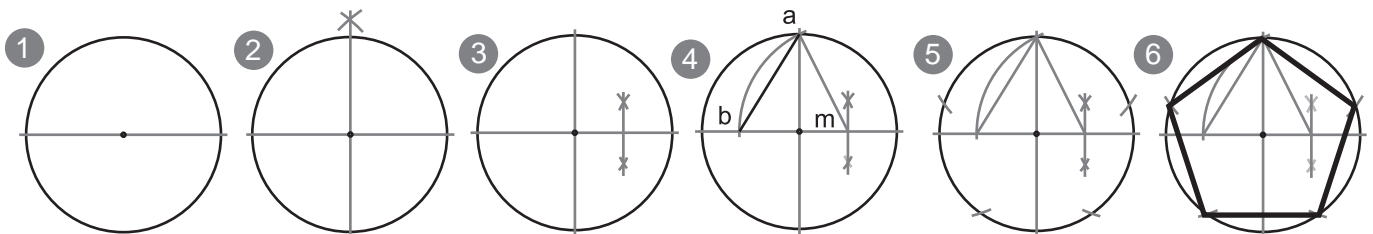
- 1º- Trazamos un diámetro
- 2º- Con centro en un extremo y radio igual a la cir. trazamos un arco
- 3º- Unimos el otro extremo del diámetro con los dos puntos en la circunferencia que nos han dado los arcos.

Cuadrado

- 1º- Trazamos un diámetro.
- 2º- Trazamos un diámetro perpendicular.
- 3º- Unimos los puntos de corte de los diámetros con la circunferencia.

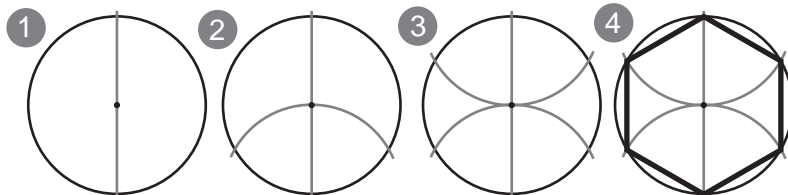


Pentágono



- 1º- Trazamos un diámetro.
- 2º- Trazamos un diámetro perpendicular al primero.
- 3º- Hacemos la mediatriz de un radio obteniendo m
- 4º- Con centro en m y radio ab trazamos un arco para obtener $b \Rightarrow ab$ es el lado del pentágono inscrito.
- 5º- Con radio ab empezando por a trazamos arcos sobre la circunferencia
- 6º- unimos los puntos de la circunferencia.

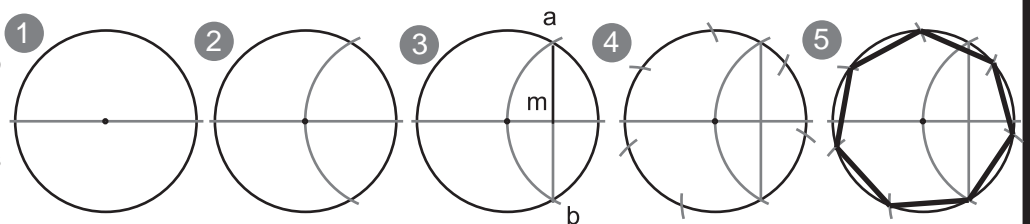
Hexágono



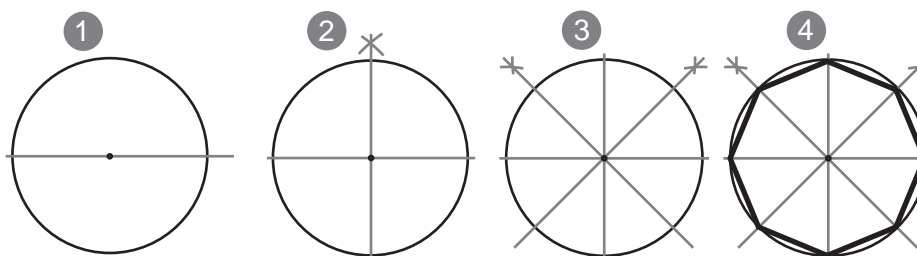
- 1º- Trazamos un diámetro.
- 2º- Con centro en un extremo y radio igual a la cir. trazamos un arco.
- 3º- Repetimos la operación desde el otro extremo.
- 4º- Unimos los puntos.

Heptágono

- 1º- Trazamos un diámetro.
- 2º- Trazamos un arco de igual radio a la cir. desde un extremo.
- 3º- Unimos a con b obteniendo m . am es el lado del heptágono
- 4º- Con arcos de radio ab trazamos arcos sobre la cir.
- 5º- Unimos los puntos.



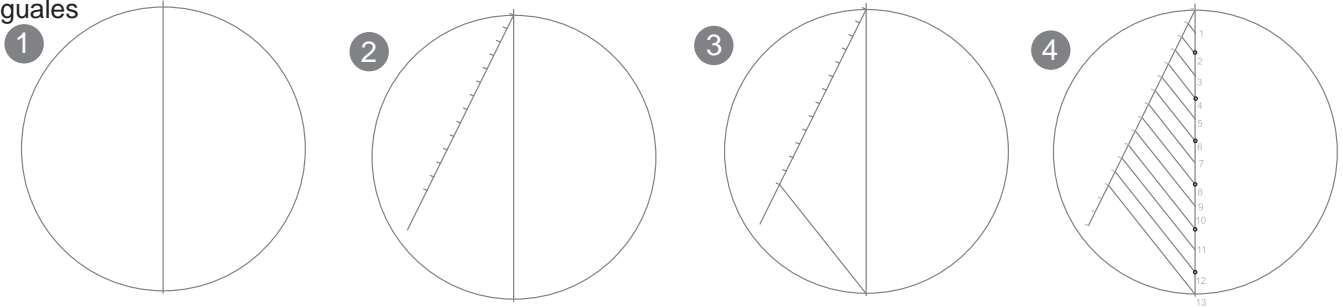
Octógono



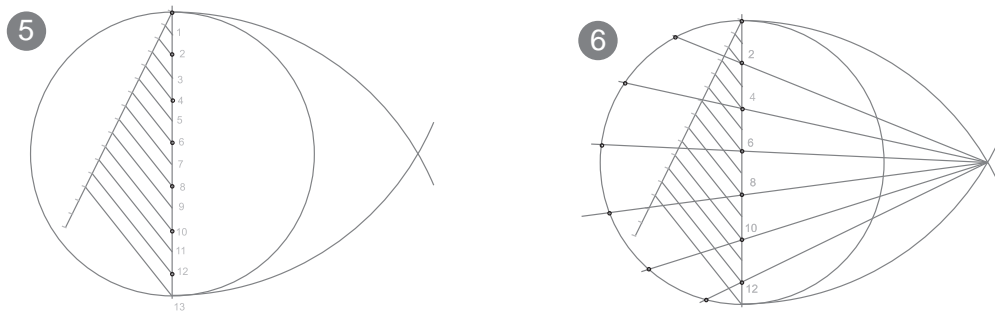
- 1º- Trazamos un diámetro horizontal.
- 2º- Trazamos un diámetro perpendicular al primero.
- 3º- Trazamos dos bisectrices a dos cuadrantes.
- 4º- Hemos obtenido ocho puntos sobre la circunferencia, los unimos.

Dado el radio de circunferencia a: construir un polígono regular de n (13) lados: a

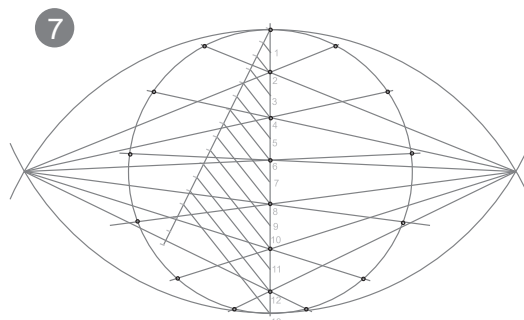
- 1º Trazamos una circunferencia con el radio que nos han indicado y trazamos un diámetro vertical
DIVIDIMOS EL DIAMETRO EN TANTAS PARTES COMO QUEREMOS QUE TENGA EL POLIGONO
- 2º Desde el extremo superior trazamos una semirecta auxiliar y la dividimos en tantas partes como queremos dividir el diámetro (podemos hacerlo con el compás o con la regla graduada)
- 3º unimos el último extremo con el extremo opuesto del diámetro
- 4º Trazamos paralelas por las divisiones del segmento auxiliar obteniendo la división del diámetro en n partes iguales



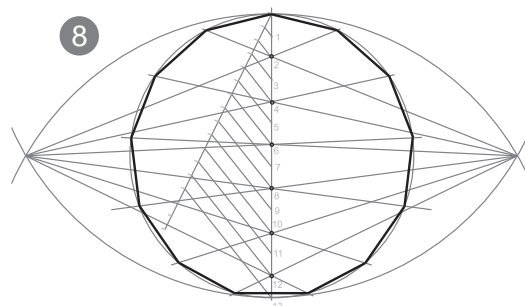
- 5º con radio igual al diámetro de la circunferencia y desde los extremos de este trazamos dos arcos que nos daran un foco
- 6º desde el foco trazamos rectas por las divisiones pares. en los extremos contrarias de la circunferencia obtendremos la mitad de los vertices de la solución. el punto 0 del diámetro tambien lo incluimos, aunque dada su situación no hemos necesitado trazar una recta puesto que este ya se encuentra sobre la circunferencia



7º Repetimos la última operación desde el lado contrario



8º Unimos todos los puntos obtenidos sobre la circunferencia, recordando contar con el punto 0 del diámetro



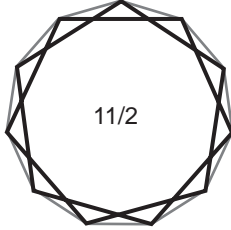
Los polígonos estrellados se obtienen uniendo de forma constante y no consecutiva los vértices de los polígonos regulares.

Según el número de vértices que tenga el polígono no estrellado podremos obtener ninguno, uno o varios polígonos estrellados:

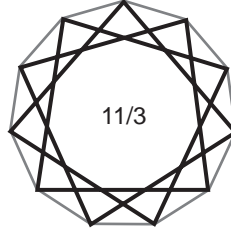
| nº de vértices | nº de estrellas | forma de unir los vértices |
|----------------|-----------------|----------------------------|
| 5 | 1 | 2 |
| 6 | 0 | - |
| 7 | 2 | 2-3 |
| 8 | 1 | 3 |
| 9 | 2 | 2-4 |
| 10 | 2 | 3-4 |
| 11 | 4 | 2-3-4-5 |
| 12 | 1 | 5 |
| 13 | 5 | 2-3-4-5-6 |
| 14 | 4 | 3-4-5-6 |
| 15 | 4 | 2-4-6-7 |
| ... | ... | ... |

Para ilustrar el cuadro de la izquierda tomamos el ejemplo del eneágono, del cual podemos obtener hasta cuatro estrellas dependiendo del número de vértices que saltemos.

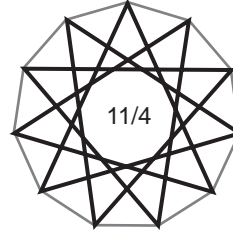
Uniendo vértices saltando al segundo.



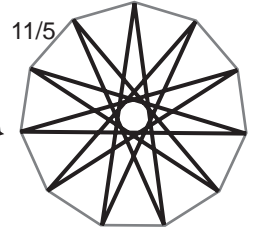
Uniendo vértices saltando al tercero.



Uniendo vértices saltando al cuarto.



Uniendo vértices saltando al quinto.

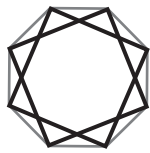
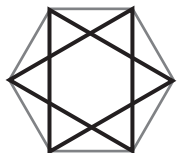


Se definen por N/M siendo N el número de vértices polígono del regular convexo y M el salto entre vértices. N/M ha de ser fracción irreducible, de lo contrario no se genera el polígono estrellado que indica la fracción.

Para saber cuantos polígonos estrellados es posible inscribir en un polígono convexo: n es el nº de vértices del polígono regular convexo.

Es posible construir tantos polígonos estrellados como números enteros hay, menores que su mitad (n/2) y primos con n.

Ejemplo: Eptágono (7 lados), su mitad es 3,5 y los números enteros menores de 3,5 primos son el 2 y el 3. Entonces podemos unir los vértices



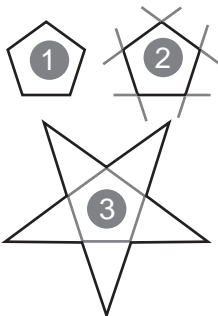
La estrella de David. Falso Octógono estrellado.

FALSAS ESTRELLAS

En algunos casos al unir los vértices de forma alterna podemos encontrarnos con que en realidad inscribimos otros polígonos convexos dentro del polígono inicial. En esos casos no obtendremos verdaderos polígonos estrellados sino FALSAS ESTRELLAS.

ESTRELLAR POLÍGONOS

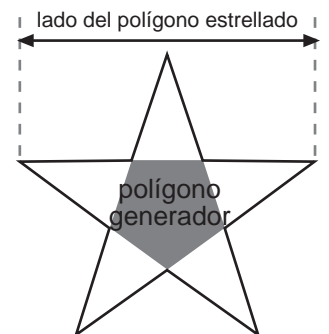
Estrellar un polígono consiste en prolongar sus lados para que se corten nuevamente entre sí, así se obtiene un nuevo polígono con forma de estrella.



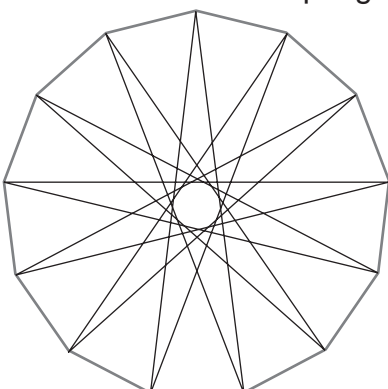
A la izquierda podemos ver el proceso de estrellar un pentágono.

Para este polígono solo podemos estrellarlo una vez, pues el pentágono únicamente genera un polígono estrellado.

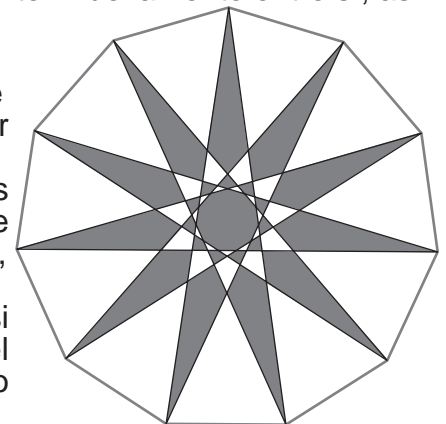
Al pentágono estrellado también se le llama generalmente PENTAGRAMA o pentáculo y es una figura muy significativa simbólicamente, sobre todo por contener la proporción divina oculta en sus medidas



Estrellar un polígono consiste en prolongar sus lados para que se corten nuevamente entre sí, así se obtiene un nuevo polígono con forma de estrella.



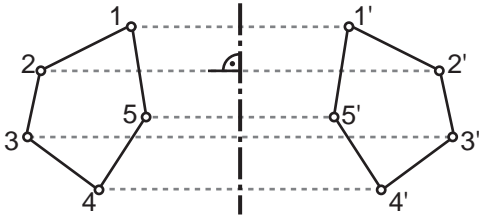
Si estrellamos un polígono convexo observamos que la primera estrella que se genera es la que se produce al saltar el menor número de vértices. Si continuamos estrellándola conseguiremos la segunda estrella. Y así sucesivamente podremos dibujar, unas dentro de otras, todas las estrellas posibles que dicho polígono nos ofrece. Lo mismo ocurre si inscribimos la estrella empezando por el máximo salto de vértices (procedimiento inverso).



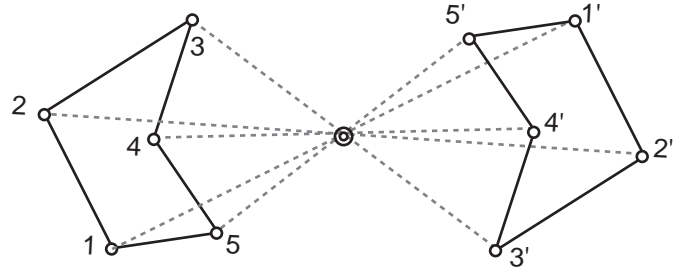
SIMETRÍA AXIAL Y SIMETRÍA RADIAL

SIMETRÍA: Es una transformación geométrica en la que todo punto y su simétrico (relación biunívoca) se encuentran a distinto lado de un centro o un eje y a igual distancia de este. Existen dos tipos de simetría:

SIMETRÍA AXIAL (eje): Los puntos simétricos se encuentran sobre una perpendicular al eje de simetría, a igual distancia y en distintos lados del eje.



SIMETRÍA CENTRAL (centro-punto): Los puntos simétricos se encuentran alineados con el centro, a igual distancia y en distinto lado.

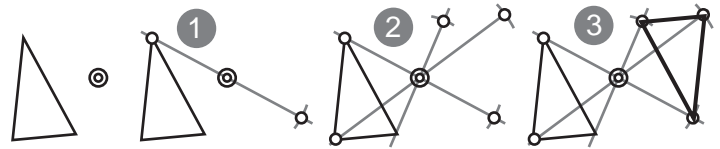
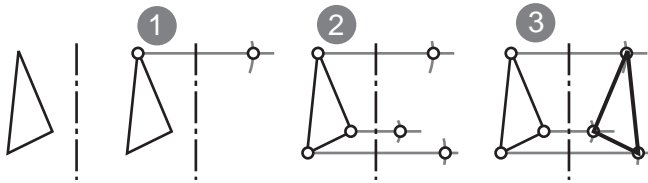


Los pares de rectas simétricos (axiales) tienen su intersección sobre el eje de simetría. Cuando el eje de simetría corta una recta, la recta simétrica cortará a la primera sobre el eje de simetría y el punto de intersección será un PUNTO DOBLE. cualquier punto que esté sobre el eje de simetría tiene su simétrico en el mismo punto, a estos los llamamos PUNTOS DOBLES.

La simetría central equivale a un giro de 180° con el mismo centro. Las rectas o segmentos simétricos respecto a un centro son paralelas.

Trazar el triángulo simétrico respecto a un eje.

Trazar el triángulo simétrico respecto a un centro.



- 1º- A partir de un vértice trazamos una perpendicular al eje. En el punto de intersección hacemos centro de compás y trasladamos la distancia del eje al punto al otro lado para obtener el punto simétrico del vértice.
- 2º- Repetimos la operación con los demás vértices.
- 3º- Unimos los vértices simétricos

- 1º- A partir de un vértice trazamos una recta que pase por el centro de simetría. En el centro hacemos centro de compás y trasladamos la distancia del centro al punto al otro lado para obtener el punto simétrico del vértice.
- 2º- Repetimos la operación con los demás vértices.
- 3º- Unimos los vértices simétricos

Se llama **ORDEN de SIMETRÍA (n)** al número de veces que hay que rotar el ángulo menor (a) para dar una vuelta completa ($n = 360^\circ / a$) o, al número de figuras idénticas que forman la figura completa.

Así pues los polígonos regulares cumplen con una simetría radial de orden igual a su número de lados.



EJE: Línea que divide en dos partes una figura o imagen, o que marca su dirección.

AXIAL: Relativo al eje

RADIAL: Relativo al radio.

SIMETRÍA GEOMÉTRICA: Es aquella que sigue con exactitud y rigor las normas de la geometría.

SIMETRÍA APARENTE: Es aquella que hace una figura, imagen o forma, aparecer visualmente simétrica pero que no sigue con total exactitud las leyes de la simetría.

TRANSVERSAL: Algo que se extiende atravesado de un lado a otro.

MASA VISUAL: Es una forma o grupo de formas que atrae la atención del observador de una imagen.

COMPENSACION DE MASAS: Forma de componer imágenes situando las masas de manera que atraigan la atención por igual a un lado y otro de un eje imaginario.

CONFIGURACIÓN: Disposición de las partes que componen una imagen.